

EXERCICES ALTERNATIFS

Dessiner le crocodile : visualisation de la multiplication complexe

©2001 Frédéric LE ROUX (copyleft LDL : Licence pour Documents Libres).

Sources et figures: `crocodile/`.

Version imprimable: `crocodile.pdf`

Nombres complexes. DEUG première année. Angle pédagogique : Visualisation.

OBJECTIFS ET COMMENTAIRES. *L'image d'un crocodile par l'application $z \mapsto z^2$ est un crocodile qui se mord la queue, manière visuelle percevoir la non-injectivité. Cet exercice est inspiré du début du film d'Adrien Douady sur la dynamique du lapin, où Adrien explique sans formule, graphiquement, la fonction $z \mapsto z^2 + c$.*

On peut faire placer des points de l'image du croco au fur et à mesure des questions 1 et 2.

On voudrait comprendre “quel effet cela fait à un nombre complexe de se faire élever au carré”. Pour ça, on cherche à dessiner l'image du crocodile par l'application φ :

$$\begin{aligned}\mathbb{C} &\rightarrow \mathbb{C} \\ z &\mapsto z^2.\end{aligned}$$

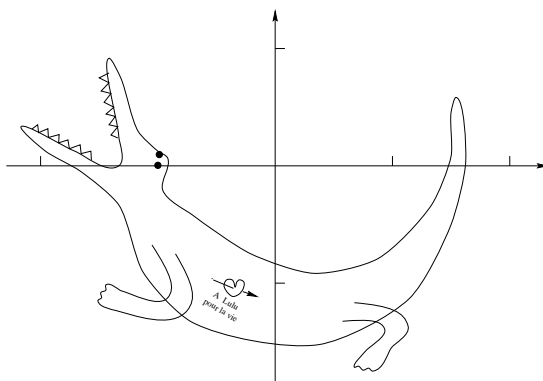


FIG. 1:

- Ecrire les parties réelles et imaginaires de z^2 en fonction de celles de z , puis le module et l'argument de z^2 en fonction de ceux de z . Commentaire ?
- Dessiner une demi-droite issue de 0 et son image par φ .
- Quelle est l'image d'un cercle centré en 0 ? Placer aussi les images de quelques points particuliers du cercle.
- “Dessiner l'image du crocodile”.

- e. “Comment voit-on que l’application n’est pas injective?”
 - f. Dessiner l’image réciproque du crocodile (attention, il y a un piège...).
 - g. (plus facile) Dessiner de même l’image du croco par $z \mapsto z + 1 + 2i$, $z \mapsto (\sqrt{3} + i)z$.
-