

EXERCICES ALTERNATIFS

Visualisation des notions d'injectivité et de surjectivité

©2001 Frédéric LE ROUX (copleft LDL : Licence pour Documents Libres).

Source: `injectif-surjectif.tex`.

Version imprimable: `injectif-surjectif.pdf`

Théorie des ensembles, et structures de base. DEUG première année. Angle pédagogique : Visualisation.

OBJECTIFS ET COMMENTAIRES. *La première fois qu'on tombe sur ces définitions, elles semblent très abstraites, impossibles à retenir. On essaie d'amener les étudiants à visualiser ces notions (si on les visualise assez bien, il n'y a aucun effort de mémoire à faire pour retrouver les définitions), à manipuler les définitions, à réaliser qu'ils les ont déjà rencontrées sous d'autres mots, à les exprimer géométriquement pour des fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .*

*Remarque : les questions **d.** et **e.** sont volontairement vagues, on ne peut y répondre qu'après avoir précisé les ensembles de départ et d'arrivée.*

Suggestion : rajouter d'autres questions sur le lien avec la résolution d'équations (chercher des solutions revient toujours à chercher des antécédants pour une certaine application ; ainsi, l'existence de solutions est reliée à la surjectivité, et l'unicité à l'injectivité...).

-
- a.** A l'aide de “patates”, dessiner une application non injective, puis une application non surjective.
- b.** En vous aidant éventuellement des dessins, retrouver les définitions d'injectivité et de surjectivité. Ecrire ces définitions avec des mots et avec des symboles, et trouver deux formulations équivalentes de l'injectivité.
- c.** Interpréter les phrases suivantes en termes d'injectivité et de surjectivité : (1) Il existe des nombres complexes différents qui ont le même carré. (2) Tout nombre réel positif a une racine carrée. (3) Le nombre 3 n'est le sinus d'aucun nombre. (4) Un nombre complexe est caractérisé par ses parties réelles et imaginaires. (5) Un nombre complexe non nul est déterminé par son module et son argument.
- d.** “L'application qui associe à chaque individu son prénom est-elle injective, surjective ? Même question pour l'application numéro de sécurité sociale”.
- e.** L'application sinus est-elle injective ? Comment cela se traduit-il, géométriquement, au niveau du graphe ? Mêmes questions pour la surjectivité.
- f.** Résoudre l'équation $e^z = 1 + i\sqrt{3}$.
L'application $z \mapsto e^z$ est-elle injective, surjective ?
-