

EXERCICES ALTERNATIFS

Formes quadratiques en relativité

©2001 Vincent GUIARDEL (copyleft LDL : Licence pour Documents Libres).

Source: `relativite.tex`.

Version imprimable: `relativite.pdf`

Algèbre linéaire. DEUG deuxième année. Angle pédagogique : À quoi ça sert.

OBJECTIFS ET COMMENTAIRES. *Faire remarquer que les formes bilinéaires non positives sont utilisées en physique. La relativité restreinte est basée sur l'invariance de la forme de Lorentz.*

En relativité, contrairement à l'adage, *tout n'est pas relatif*. Les longueurs et le temps sont effectivement des quantités relatives – c'est à dire qui dépendent du référentiel dans lequel on se place. Cependant, il y a un *absolu* en relativité : c'est la forme de Lorentz. Dans certaines bases privilégiées, la forme de Lorentz s'exprime par la formule $\mathcal{L}(x, y, z, t) = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ (où c est la vitesse de la lumière dans le vide). En particulier, le fait qu'un objet aille à la vitesse de la lumière signifie que son quadrivecteur vitesse $\vec{V}(v_x, v_y, v_z, 1)$ satisfait $\mathcal{L}(\vec{V}) = 0$. Comme la forme de Lorentz ne dépend pas du référentiel, la quantité $\mathcal{L}(\vec{V})$ est indépendante du référentiel choisi, donc le fait *d'aller à la vitesse de la lumière* est indépendant du référentiel choisi – ce qui ne peut pas être vrai en mécanique newtonnienne d'après la loi d'additivité des vitesses.

- a. On dit que \vec{V} est dans le *cône de lumière* lorsque $\mathcal{L}(\vec{V}) = 0$. Voyez-vous pourquoi ?
 - b. Quels sont le rang et la signature de la forme de Lorentz \mathcal{L} ?
 - c. Existe-t-il une base dans laquelle la forme de Lorentz a la forme $q(x) = x^2 - 4xy + yt - zt + t^2$?
-