

## EXERCICES ALTERNATIFS

### Manipulation du Signe Somme

©2001 Frédéric LE ROUX (cotypeleft LDL : Licence pour Documents Libres).

Source: `signe-somme.tex`.

Version imprimable: `signe-somme.pdf`

Séries. DEUG deuxième année. Angle pédagogique : Langage.

OBJECTIFS ET COMMENTAIRES. Décomplexer les étudiants face à ce signe nouveau. Les faire réfléchir sur les variables locales (on dit parfois “muettes”) et globales, et sur les changements d’indice. Ces exercices semblent être un préliminaire indispensable à l’étude des séries, d’autant plus qu’ils posent de réels problèmes aux étudiants.

Suggestion : l’idéal serait que les étudiants s’approprient vraiment ce symbole. Pour ça, un moyen consiste à leur faire inventer des formules l’utilisant... Exercice à compléter!

---

**Question 1 : écriture avec ou sans signe  $\sum$ .**

a. Ecrire sans  $\sum$  :

$$\sum_{n=0}^N (-1)^n, \quad \sum_{p=1}^n p, \quad \sum_{p=1}^n n, \quad \sum_{p=1}^n \frac{n}{p}$$

b. Ecrire avec  $\sum$  :

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

**Question 2 : variables de comptage.** Les égalités suivantes sont-elles vraies :

$$\sum_{p=1}^n (p \times n) = \sum_{k=1}^n (k \times n) = n \times \sum_{k=1}^n k = k \times \sum_{k=1}^n n$$

**Question 3 : substitution.** Soit

$$S_n = \sum_{p=1}^{2n^2} \frac{1}{\sqrt{p}}.$$

c. Combien y a-t-il de termes dans cette somme ?

d. Ecrire la somme  $S_{2n}$ . Combien contient-elle de termes ?

e. Soit  $S_{2n}^{\text{impair}}$  la somme des termes de  $S_{2n}$  d’ordre impair (obtenus pour  $p=1, 3, 5, \dots$ ). On définit de même  $S_{2n}^{\text{pair}}$  ; on a donc  $S_{2n} = S_{2n}^{\text{impair}} + S_{2n}^{\text{pair}}$ . Ecrire les sommes  $S_{2n}^{\text{pair}}$  et  $S_{2n}^{\text{impair}}$ .

**Question 4.** Calculez les sommes suivantes :

$$\sum_{k=1}^n \sum_{p=0}^k p, \quad \sum_{k=1}^n \sum_{p=0}^k k, \quad \sum_{k=1}^n \sum_{p=0}^k n.$$

**Question 5.** Soit

$$S_N = \sum_{n=0}^N \frac{1}{n + N}.$$

De quelle série est-ce la somme partielle ?

---