

# EXERCICES ALTERNATIFS

## Formes quadratiques en relativité

©2001 Vincent GUIARDEL (copyleft [LDL : Licence pour Documents Libres](#)).

Source: [relativite.tex](#).

Version imprimable: [relativite.pdf](#)

*Algèbre linéaire. DEUG deuxième année. Angle pédagogique : À quoi ça sert.*

OBJECTIFS ET COMMENTAIRES. *Faire remarquer que les formes bilinéaires non positives sont utilisées en physique. La relativité restreinte est basée sur l'invariance de la forme de Lorentz.*

---

En relativité, contrairement à l'adage, *tout n'est pas relatif*. Les longueurs et le temps sont effectivement des quantités relatives – c'est à dire qui dépendent du référentiel dans lequel on se place. Cependant, il y a un *absolu* en relativité : c'est la forme de Lorentz. Dans certaines bases privilégiées, la forme de Lorentz s'exprime par la formule  $\mathcal{L}(x, y, z, t) = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$  (où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide). En particulier, le fait qu'un objet aille à la vitesse de la lumière signifie que son quadrivecteur vitesse  $\vec{V}(v_x, v_y, v_z, 1)$  satisfait  $\mathcal{L}(\vec{V}) = 0$ . Comme la forme de Lorentz ne dépend pas du référentiel, la quantité  $\mathcal{L}(\vec{V})$  est indépendante du référentiel choisi, donc le fait *d'aller à la vitesse de la lumière* est indépendant du référentiel choisi – ce qui ne peut pas être vrai en mécanique newtonnienne d'après la loi d'additivité des vitesses.

- a. On dit que  $\vec{V}$  est dans le *cône de lumière* lorsque  $\mathcal{L}(\vec{V}) = 0$ . Voyez-vous pourquoi ?
  - b. Quels sont le rang et la signature de la forme de Lorentz  $\mathcal{L}$  ?
  - c. Existe-t-il une base dans laquelle la forme de Lorentz a la forme  $q(x) = x^2 - 4xy + yt - zt + t^2$  ?
-