Exercices Alternatifs

Contraire informel et négation mathématique

Source: `contraire.tex`.

Version imprimable: `contraire.pdf`

Technique. DEUG première année. Angle pédagogique : *Méta-mathématiques.*

Objectifs et commentaires. *De manière surprenante, la négation mathématique est difficile à acquérir pour les étudiants. D'après le Larousse, contraire signifie* ce qui est inverse, tout à fait opposé. *Ainsi, le* contraire *(en français) de "il fait beau tous les jours", est sans doute "il fait mauvais tous les jours" bien plus que "il fait mauvais certains jours". La négation mathématique n'est donc pas immédiatement assimilable au* contraire *en français (notion qui n'est sans doute pas bien définie). Le but de l'exercice est de mettre le doigt sur cette difficulté pour arriver à la dépasser en utilisant des situations concrètes.*

On peut aussi s'appuyer sur cet exercice pour introduire la procédure mécanique de négation d'un énoncé formalisé. La difficulté se ramène alors à la formalisation de l'énoncé initial avec l'inconvénient qu'en perdant le sens, on perd un moyen de contrôler ce qu'on écrit.

Le but de l'exercice est de bien comprendre la négation mathématique d'une phrase, d'un énoncé, et la différence qu'il peut y avoir avec son *contraire*, en français. D'après le Larousse, *contraire* signifie *ce qui est inverse, tout à fait opposé. Froid est le contraire de chaud.*

Considérons la phrase "*dans ce pays, il fait beau tous les jours*". En français, on peut avoir tendance à dire que son contraire[1] est "*dans ce pays, il fait mauvais tous les jours*". Pourtant, ce n'est pas sa négation mathématique. En effet, dans un pays où il fait beau un jours sur deux, les deux phrases sont fausses or une phrase et sa négation doivent toujours avoir des valeurs de vérité différentes (s'il l'une est vraie, l'autre est fausse).

a. Quelle est la négation de la phrase de l'énoncé ?

b. Quelle sont les négation des phrases suivantes :

(i). — "*tous les lundis, je joue au squash*" ?

(ii). — "*tous les lundis, je joue au squash et je me douche*" ?

(iii). — "*tous les lundis où il fait beau, je joue au tennis*"

(iv). — "*tous les lundis, s'il fait beau, je joue au tennis*"

(v). — "*tous les lundis, je joue au squash ou au tennis*"

[1] En mathématiques, on utilise souvent le mot contraire comme synonyme de négation. Dans cet exercice, on fait la distinction entre la *négation* au sens mathématique, et le *contraire* (au sens du francais) qui n'a pas vraiment de définition univoque.

(vi). — "*je joue au squash au moins une fois par semaine*"

(vii). — "*chaque semaine, si je n'ai pas joué au squash, je joue au tennis au moins deux fois*"

(viii). — "*tous les ans, il y a des semaines où je ne peux pas jouer au squash*"

(ix). — "*certaines années, je joue au squash tous les lundi (sans exception)*"
