Eclipses

Source: `eclipses.tex`.
Version imprimable: `eclipses.pdf`
Géométrie euclidienne. Licence. Angle pédagogique : *Visualisation.*

Objectifs et commentaires. *Cet exercice fait appel aux qualités de visualisation géométrique, ainsi qu'à la culture mathématique de l'étudiant. Indications : il faut modéliser le plan (orienté) de l'orbite par sa normale, considérer la Terre fixe, le cylindre tronqué tangent à l'étoile et pointant vers la Terre (ou bien un cône tronqué issu de la Terre et tangent à l'étoile dans la question 3) ; le lieu sur la sphère des centres de la planète tels qu'elle intersecte le cylindre/cône est un disque sphérique (calotte) ; son orthogonal est une bande délimitée par deux cercles parallèles de même rayon.*

Une des méthode de chasse des exoplanètes consiste à mesurer la luminosité d'une étoile. Si celle-ci diminue soudainement (mais néanmoins légèrement) pendant quelques heures ou quelques jours, et ce périodiquement, il y a des chances pour qu'une planète soit en orbite autour de l'astre. Pour cela, il faut que l'orbite de la planète la fasse passer devant l'astre. On dira que la planète est "à éclipses".

Question 1.

Nous considérons une planète possédant une orbite circulaire de rayon R centrée sur son étoile, dont nous connaissons pas l'orientation dans l'espace. L'étoile est assimilée à une sphère de un rayon r. En négligeant la taille de la planète devant celle de l'astre, la taille de l'astre devant la taille de l'orbite, et enfin la taille de l'orbite devant la distance à la Terre, (c'est raisonnable si on cherche une configuration analogue à celle de la Terre et du Soleil), calculer (a) la probabilité pour que la planète soit à éclipses, (b) la probabilité pour que la planète éclipse en ce moment même son étoile.

Du mal ? Voici une indication : une orientation aléatoire de l'orbite se modélise par la sphère muni de la mesure de probabilité uniforme.

Question 2.

Trouver une astuce quand on ne néglige plus la taille de la planète devant celle de l'astre.

Question 3.

Expliquer la démarche de calcul quand on néglige plus rien, sans expliciter la formule.

Note : L'hypothèse que l'orbite est circulaire est restrictive : de nombreuses planètes extrasolaires ont une orbite elliptique.
