Parachutiste

Source: `parachutiste.tex`.

Version imprimable: `parachutiste.pdf`

Équations différentielles. DEUG première année. Angle pédagogique : *À quoi ça sert.*

Objectifs et commentaires. *Cet exercice montre une équation différentielle simple dans un cadre très concret.*

Difficulté inattendue : en TD, un certain nombre d'étudiants ont été génés par le fait d'interprêter z' comme une vitesse : comment une vitesse peut-elle être négative ? Il est aussi assez peu satisfaisant de donner brutalement l'équation différentielle (les étudiants ont besoin de se l'approprier), sachant que demander aux étudiants de la retrouver demande forcément du temps... Un compromis pourrait être de ne donner l'équation différentielle qu'au signe près *(par exemple $mz'' = \pm kz' \pm mg$) et de laisser les étudiants trouver les bons signes.*

Autre difficulté inattendue : on ne donne pas l'altitude initiale z_0. Peut-on quand même trouver la distance parcourue ? Doit-on poser $z_0 = 0$?

Les valeurs numériques ne sont sans doute qu'approximativement réalistes.

On souhaite étudier le saut d'un parachutiste. Un parachutiste de masse m en chute libre est soumis à la force de la pesanteur mg et à une force de frottement proportionnelle à la vitesse. On note $z(t)$ l'altitude du parachutiste en fonction du temps. $z(t)$ est alors décrit par l'équation différentielle suivante :

$$mz'' = -kz' - mg$$

On utilisera les valeurs numériques suivantes : $g = 10$ ms^{-2}, $m = 70$ kg et $k = 7$ kgs^{-1}.

1. Déterminer la vitesse limite théorique du parachutiste. Sachant que le parachutiste quitte l'avion à vitesse nulle, déterminer le temps mis pour atteindre 90% de cette vitesse limite ainsi que la distance parcourue pendant ce temps. Même question avec 99% de la vitesse limite.
2. Lorsque le parachutiste ouvre son parachute, le coefficient de frottement est multiplié par 20. Il doit arriver au sol avec une vitesse inférieure à 6 ms^{-1}. En supposant qu'il chute à la vitesse limite au moment de l'ouverture du parachute, déterminer l'altitude maximale d'ouverture du parachute (le parachute met 2 secondes à se déployer).
