Exercices Alternatifs

Bouteilles impossibles à vider.

Source: `vider-la-bouteille.tex`.

Version imprimable: `vider-la-bouteille.pdf`

Suites. DEUG première année. Angle pédagogique : *Ludique.*

Objectifs et commentaires. *La résolution de la question d'optimisation de cet exercice nécessite le calcul d'une limite, qui se trouve être un exemple standard. La dernière question, qui demande un peu d'astuce, est une application de la formule : pour tout $x > 0$, $e^x > 1 + x$.*

Ah ! Ces fabricants d'emballages ! Je viens de terminer une bouteille d'un litre d'anis concentré, dont je voudrais me servir comme récipent pour de l'eau. Son élégant dessin possède un défaut majeur : quand on la renverse pour en vider le contenu, elle garde systématiquement 1 centilitre de liquide, même en la secouant dans tous les sens. Et je ne dispose pas de paille, ni d'autre moyen, pour la vider plus. Je la remplis donc d'eau. La bouteille contient alors de l'anis à $1/100^{\text{e}}$, ce qui a encore trop de goût. Ce n'est pas grave, j'en jette le contenu et la remplis à nouveau. Au bout de 4 remplissages, l'anis est dilué à un pour un cent millions. On ne sent alors plus son goût, mais j'ai gâché 2,96 litres d'eau.

Question 1. (Annexe)

Pourquoi est-ce que j'affirme avoir gâché 2,96 litres et non pas 4 ?

Question 2.

J'aurais pu être plus économe, voyez-vous comment ?

Question 3.

Essayez d'optimiser votre méthode.

Question 4. Plus difficile

Prouver que l'on ne peut pas faire mieux.
