Exercices Alternatifs

Paradoxe de Zenon

Source: `zenon.tex`.
Version imprimable: `zenon.pdf`
Séries. DEUG deuxième année. Angle pédagogique : *Visualisation.*

Objectifs et commentaires. *Zénon d'Élée prouvait l'impossibilité du mouvement par son fameux paradoxe. L'existence de séries convergentes n'est pas une évidence, et les visualiser comme inscrites dans le temps peut aider à s'en faire une représentation. L'exercice est peut-être bien adapté pour être traité en groupe (je ne l'ai pas testé).*

Question 1. Paradoxe de Zénon.

Le paradoxe suivant a été imaginé par Zénon d'Élée (490-430 Avant JC). Achille fait une course avec la tortue. Il part 100 mètres derrière la tortue, mais il va dix fois plus vite qu'elle. Quand Achille arrive au point de départ de la tortue, la tortue a parcouru 10 mètres. Pendant qu'Achille parcourt ces 10m, la tortue a avancé d'un mètre. Pendant qu'Achille parcourt ce mètre, la tortue a avancé de 10cm... Puisqu'on peut réitérer ce raisonnement à l'infini, Zénon conclut qu'Achille ne peut pas dépasser la tortue.

Comment peut-on dépasser ce paradoxe ?

Question 2. Une bille qui rebondit.[1]

a. Une balle part d'une certaine hauteur h_0 au dessus du sol (sans vitesse initiale). Combien de temps met elle pour arriver sur le sol (négliger les frottements) ? Quelle est son énergie cinétique lorsqu'elle arrive au niveau du sol ?

b. On modélise le rebond de la façon suivante : lorsque la balle rebondit elle perd une certaine proportion p de son énergie cinétique (par exemple $p = 10\%$). Etant partie de la hauteur h_0, A quelle hauteur h_1 va-t-elle remonter ? Quelle est la durée t_0 entre les deux premiers rebonds ?

c. Combien de fois la balle rebondit-elle ? Pendant combien de temps rebondit-elle ?

Question subsidiaire. Vous connaissez le bruit d'une bille qui rebondit, avec des rebonds de plus en plus rapprochés. Imaginez maintenant une balle qui rebondit, non plus selon le modèle ci-dessus, mais selon un autre loi. Par exemple la durée du n-ième rebond est donné par $1/n$. Que va-t-on entendre ? Voir `http://matexo.emath.fr/exemaalt/exos_individuels/tex/zenon/sons` pour *écouter rebondir des séries.*

[1] amener une vraie bille de verre ou métallique (qui rebondit bien et de maniere sonore) en TD pour faire l'expérience !

Question 3. La mouche et les trains

Deux trains partent simulanément, et à une même vitesse constante v. Le premier va de Paris à Marseille, et le second, de Marseille à Paris.

Une mouche part simultanément de Paris à vitesse $3v$ (elle suit les rails en direction de Marseille). Lorsqu'elle rencontre le train Marseille-Paris, elle fait demi-tour vers Paris. Lorsqu'elle rencontre le train Paris-Marseille, elle fait demi-tour et de dirige à nouveau vers Marseille, etc. Elle s'arrête lorsque les trains se croisent.

a. Faire un dessin dans l'espace-temps (la position en abscisse, par exemple, le temps en ordonnée)

b. Combien de fois la mouche fait elle demi-tour ?

c. Quelle est la longueur de chaque trajet ?

d. Quelle distance parcourt-t-elle en tout ?
